



- UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

ESCOLA DE ENGENHARIA INDUSTRIAL METALÚRGICA DE VOLTA REDONDA

PROFESSORA: SALETE SOUZA DE OLIVEIRA BUFFONI

DISCIPLINA: RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

Vasos de Pressão

Introdução

A tensão plana existe praticamente em todas as estruturas comuns, incluindo prédios máquinas, veículos e aeronaves.

Objetivo:

Apresentar aplicações práticas envolvendo tensão plana

- Vasos de pressão – Tanques de ar comprimido e tubulação de água. Determinação das tensões e deformações nas paredes dessas estruturas devido a pressões internas oriundas dos gases ou líquidos comprimidos.

Vasos de Pressão

São estruturas fechadas contendo líquidos ou gases sob pressão.

Exemplos: Tanques, tubos e cabines pressurizadas em aeronaves e veículos espaciais.

Vasos de Pressão de paredes finas (Estruturas de Cascas) – Cúpulas de telhados, asas de aviões e cascos de submarinos. A relação $r/t > 10$, onde r é o raio e t é a espessura da parede.

Considere o vaso de pressão de parede fina da Figura 1, pode ser um tanque de ar comprimido.

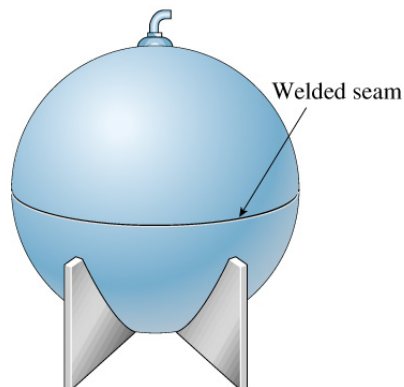


Figura 1 – Vaso de pressão esférico. (Gere,2003)

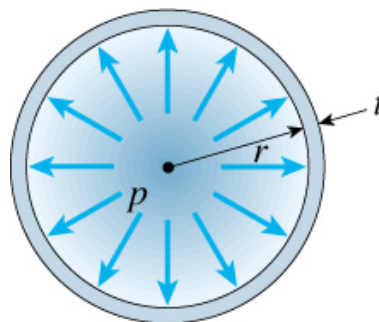


Figura 2- Seção transversal de vaso de pressão esférico mostrando o raio interno r , a espessura da parede t e a pressão interna p . (Gere, 2003).

Considerações: A pressão interna p é maior que a pressão externa.

Vamos cortar a esfera em um plano diametral vertical, como na Figura 3 e isolar metade da casca e seu conteúdo fluido como um único corpo livre.

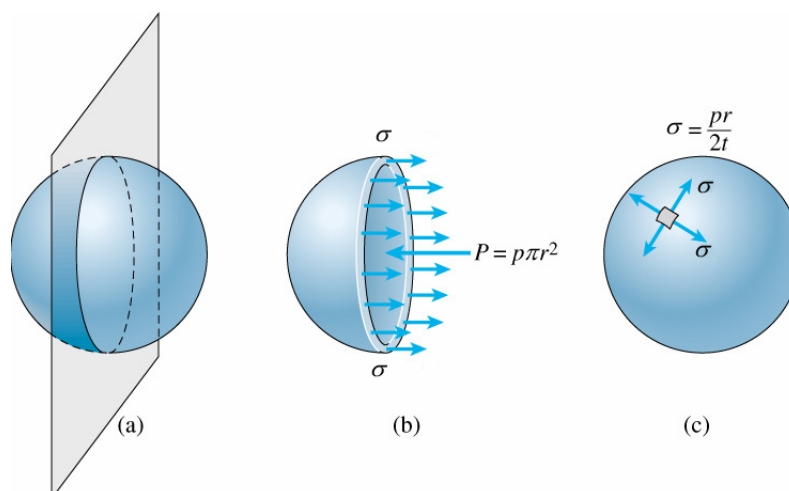


Figura 3- Tensões de tração σ na parede de um vaso de pressão esférico

A força de pressão resultante é:

$$P = p(\pi r^2) \quad (1)$$

Em que r é o raio interno da esfera.

P é a pressão interna resultante que é a pressão interna acima da pressão agindo no exterior do vaso. Se as pressões internas e externas forem as mesmas, nenhuma tensão é desenvolvida na parede do vaso.

Devido a simetria, a tensão de tração σ é uniforme ao redor da circunferência.

Devido a parede ser fina podemos considerar que a tensão está uniformemente distribuída através da espessura t . A precisão dessa aproximação aumenta conforme a casa fica mais fina e diminui conforme a casca fica mais espessa.

Resultante das tensões de tração σ na parede é:

$$\sigma(2\pi r_m t) \quad (2)$$

Em que t é a espessura da parede e r_m é seu raio médio:

$$r_m = r + \frac{t}{2} \quad (3)$$

Da Figura 3.b, fazendo o equilíbrio de forças na horizontal tem-se:

$$\sum F_{horiz} = 0 \quad \sigma(2\pi r_m t) - p(\pi r^2) = 0 \quad (4)$$

Da eq. (4) obtemos as tensões de tração na parede do vaso:

$$\sigma = \frac{pr^2}{2r_m t} \quad (5)$$

A análise aqui realizada é válida para cascas finas, assim pode-se desconsiderar a pequena diferença entre os dois raios e substituir r por r_m ou r_m por r .

As tensões são mais próximas às tensões exatas teóricas se usarmos o raio interno r em vez do raio médio r_m . Adotamos a fórmula a seguir para calcular as tensões de tração na parede de uma casca esférica:

$$\sigma = \frac{pr}{2t} \quad (6)$$

É evidente da simetria da casca que obtemos a mesma equação para as tensões de tração quando cortamos através do centro da esfera em qualquer direção .

Conclusão: A parede de um vaso esférico pressurizado está submetida a tensões de tração uniformes σ em todas as direções.

Essa condição de tensão está representada na Figura 3.c pelo pequeno elemento de tensão com tensões σ agindo em direções mutuamente perpendiculares.

Tensões de Membrana: São as tensões que agem tangencialmente à superfície curvada da casca.

O nome surgiu do fato de que essas são as únicas tensões que existem em membranas verdadeiras, como bolhas de sabão e tiras finas de borracha.

Tensões na Superfície Externa

Na maioria das vezes a superfície externa do vaso de pressão esférico está livre de quaisquer carregamentos. Dessa forma, o elemento 3.c está em tensão biaxial. O elemento 3.c está mostrado na Figura 4.a.

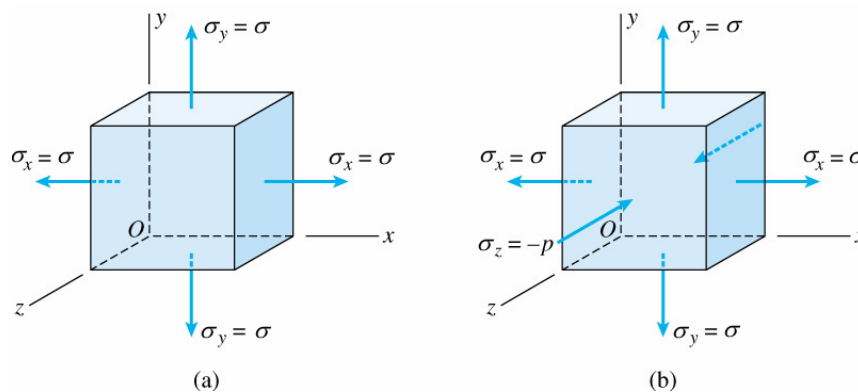


Figura 4 – Tensões em vaso de pressão esférico na (a) superfície externa e (b) superfície interna.

Na Figura 4 os eixos x e y são tangenciais a superfície da esfera e o eixo z é perpendicular a superfície.

Tensões normais σ_x e $\sigma_y =$ Tensões de Membrana σ

Tensão normal $\sigma_z = 0$

Nenhuma tensão de cisalhamento age nos lados desse elemento.

Usando as equações de transformação para a tensão temos:

$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta) = \sigma \quad (7)$$

$$\tau'_{xy} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta) = 0 \quad (8)$$

Como esperado.

Quando consideramos elementos obtidos rotacionando-se os eixos sobre o eixo z , as tensões normais permanecem constantes e não há tensões de cisalhamento.

Todo plano é um plano principal e toda a direção é uma direção principal. Dessa forma, as tensões principais no elemento são:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t} \quad \sigma_3 = 0 \quad (9)$$

σ_1 e σ_2 agem no plano xy e σ_3 age na direção z . Sabemos que podemos obter as tensões de cisalhamento máximas através de rotações de 45° sobre outros dois eixos principais quaisquer. Como resultado obtemos três conjuntos de tensões de cisalhamento máximas positiva e negativa

$$\left(\tau'_{max}\right)_x = \pm \frac{\sigma_2}{2} \quad \left(\tau'_{max}\right)_y = \pm \frac{\sigma_1}{2} \quad \left(\tau'_{max}\right)_z = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (10)$$

Em que os subscritos indicam os eixos principais sobre os quais as rotações de 45° ocorreram. Essas tensões são chamadas de tensões de cisalhamento fora do plano.

Para obter as tensões de cisalhamento máximas, devemos considerar as rotações fora do plano, isto é, as rotações sobre os eixos x e y . Dessa forma, tem-se:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2} = \frac{pr}{4t} \quad (11)$$

Essas são as maiores tensões de cisalhamento no elemento.

Tensões na superfície interna

Repetindo a Figura 4 aqui, sabemos que :

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma \quad \sigma_z = -p \quad (12)$$

A tensão de compressão na direção z diminui de p na superfície interna até zero na superfície externa . O elemento da Figura 4.b está em tensão triaxial com tensões principais dadas por:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t} \quad \sigma_3 = -p \quad (13)$$

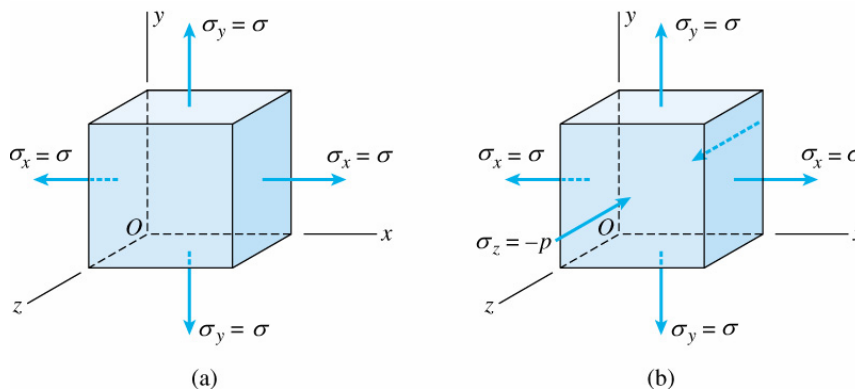


Figura 4 – Tensões em vaso de pressão esférico na (a) superfície externa e (b) superfície interna.

A tensão de cisalhamento máxima fora do plano é:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma + p}{2} = \frac{pr}{4t} + \frac{p}{2} = \frac{p}{2} \left(\frac{r}{2t} + 1 \right) \quad (14)$$

Quando o vaso tem parede fina, ou seja, a relação r/t é muito grande, então podemos desprezar o termo 1 no parênteses perante a relação $r/2t$, ou seja, a tensão principal na direção z é pequena quando comparada com as tensões principais σ_1 e σ_2 .

Consequentemente consideramos o estado de tensão na superfície interna, o mesmo na superfície externa (tensão biaxial). Usamos as equações (6), (9) e (11) para obter as tensões num vaso de pressão esférico.

Comentários gerais:

Os vasos de pressão geralmente tem aberturas em suas paredes (para servir como entradas e saídas para os fluídos de trabalho). Essas características resultam em:

- 1- Não uniformidades na distribuição de tensão, ou concentrações de tensão, que não podem ser analisadas pelas fórmulas elementares descritas aqui.

Limitações:

- 1- A espessura da parede deve ser pequena em comparação às outras dimensões ($r/t \geq 10$)
- 2- A pressão interna deve exceder a pressão externa (para evitar flambagem)
- 3- A análise apresentada nesta seção é baseada apenas nos efeitos de pressão interna.
- 4- As fórmulas descritas não são válidas em pontos de concentrações de tensão.

Vasos de pressão cilíndricos

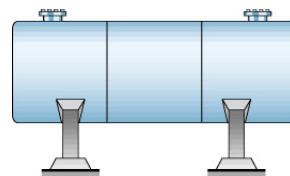
São encontrados em configurações industriais.

Ex: Tanques de ar comprimido, motores de foguete

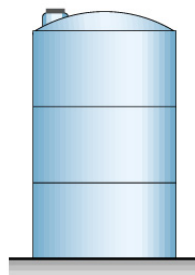
Nos lares

Ex: Extintores de incêndio e latas de spray

Canos pressurizados, como canos de abastecimento de água também se classificam como vasos de pressão cilíndricos. Apresenta-se uma ilustração de vasos de pressão cilíndricos na Figura 5.



(a)



(b)

Figura 5- Vasos de pressão cilíndricos com seções transversais circulares.

Tensão circunferencial

Seja o vaso cilíndrico AB de parede fina submetido a pressão interna da Figura 6. Um elemento com suas faces perpendiculares e paralelas ao eixo, está ilustrado na parede do tanque. σ_1 e σ_2 são as tensões de membrana na parede.

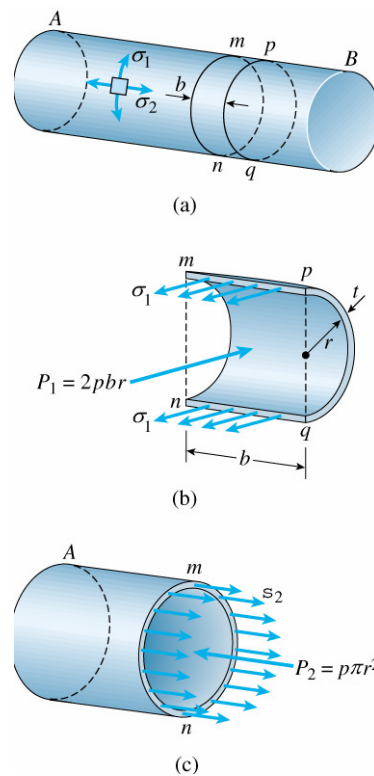


Figura 6 – Tensões em vasos de pressão cilíndricos.

Fazemos dois cortes mn e pq perpendiculares ao eixo longitudinal e a uma distância b , Figura 6.a. Fazemos um terceiro corte como na Figura 6.b.

Tensões que agem no corte longitudinal $mpqn$

Tensões circunferenciais : σ_1

Pressão interna: p

As tensões e pressões também agem nas faces esquerda e direita do corpo livre. No entanto, essas tensões e pressões não são ilustradas na figura por que elas não entram na equação de equilíbrio que usaremos. Tem-se a seguinte equação de equilíbrio:

$$\sigma_1(2bt) - 2pbr = 0 \quad (15)$$

Da eq. (15) obtemos a fórmula para a tensão circunferencial no cilindro:

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} \quad (16)$$

Essa tensão é uniformemente distribuída sobre a espessura da parede, desde que a espessura seja pequena se comparada com o raio.

Tensão longitudinal

Fazemos o equilíbrio da Figura 6.c. A equação de equilíbrio para o corpo livre da Figura 6.c temos:

$$\sigma_2(2\pi r t) - p\pi r^2 = 0 \quad (17)$$

Assim tem-se:

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t} \quad (18)$$

Essa tensão é igual a tensão de membrana em um vaso esférico.

Comparando as equações (16) e (18) nota-se que a tensão circunferencial em um vaso cilíndrico é igual ao dobro da tensão longitudinal

$$\sigma_1 = 2\sigma_2 \quad (19)$$

Tensões na superfície externa

As tensões principais σ_1 e σ_2 na superfície externa de um vaso cilíndrico estão ilustradas no elemento de tensão da Figura 7.a

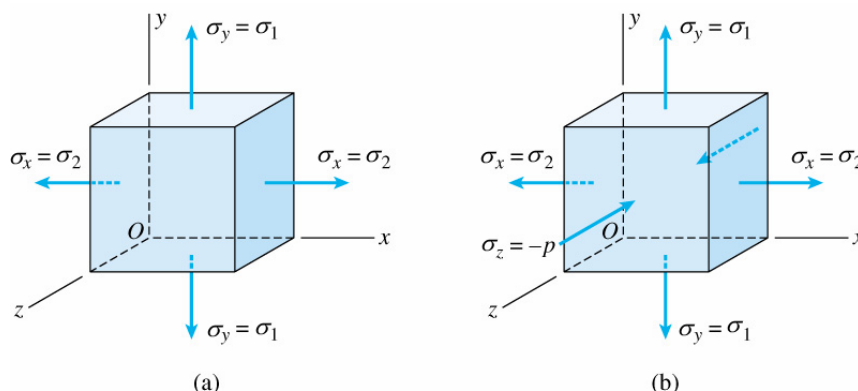


Figura 7- Tensões em um vaso de pressão cilíndrico (a) na superfície externa e (b) na superfície interna.

As tensões de cisalhamento máximas no plano são obtidas através de uma rotação de 45° sobre os eixos z : essas tensões são:

$$(\tau_{max})_z = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_1}{4} = \frac{pr}{4t} \quad (20)$$

As tensões de cisalhamento máximas fora do plano são obtidas através de uma rotação de 45° sobre os eixos x e y : essas tensões são:

$$(\tau_{max})_x = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{pr}{2t} \quad (\tau_{max})_y = \frac{\sigma_2}{2} = \frac{pr}{4t} \quad (21)$$

Comparando as expressões (20) e (21), vemos que a tensão de cisalhamento máxima absoluta é:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{pr}{2t} \quad (22)$$

Essa tensão ocorre em um plano que foi rotacionado a 45° sobre o eixo x .

Tensões na Superfície Interna

Repetimos a Figura 7 aqui. As condições de tensão na superfície interna da parede do vaso estão ilustradas na Figura 7.b. As tensões principais são:

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} \quad \sigma_2 = \frac{pr}{2t} \quad \sigma_3 = -p \quad (23)$$

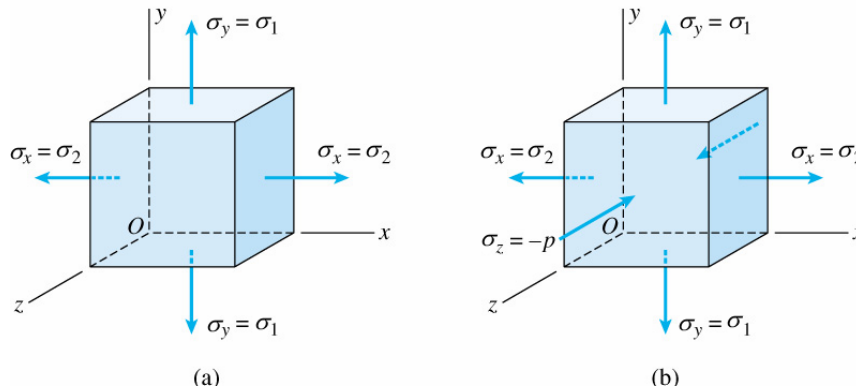


Figura 7- Tensões em um vaso de pressão cilíndrico (a) na superfície externa e (b) na superfície interna.

As três tensões de cisalhamento máximas, obtidas através de rotações de 45° sobre os eixos x , y e z , são:

$$(\tau_{max})_x = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{pr}{2t} + \frac{p}{2} \quad (\tau_{max})_y = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = \frac{pr}{4t} + \frac{p}{2} \quad (\tau_{max})_z = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{pr}{4t} \quad (24)$$

A primeira dessas três tensões é maior. No entanto, como explicado na discussão de tensões de cisalhamento em uma casca esférica, podemos desconsiderar o termo adicional $p/2$ nas equações (24).

Em todos os exemplos e problemas de vasos de pressão cilíndricos, iremos desconsiderar a presença da tensão de compressão na direção z . (Essa tensão de compressão varia de p na superfície interna até zero na superfície externa). Assim, as tensões na superfície interna tornam-se as mesmas que na superfície externa (tensão biaxial).

As fórmulas deduzidas são válidas em pontos longe das descontinuidades que causam concentração de tensões. Nas extremidades do cilindro onde as cabeças são presas e a geometria varia abruptamente.

Exercícios:

1. Um tanque de ar comprimido tendo um diâmetro interno de 18 polegadas e uma espessura de parede de $\frac{1}{4}$ de polegada é formado soldando-se dois hemisférios de aço como na Figura 8.
 - (a) Se a tensão de tração admissível no aço for 14.000 psi , qual é a máxima pressão do ar permitida p_a no tanque?
 - (b) Se a tensão de cisalhamento admissível no aço for 6000 psi , qual é a máxima pressão permitida p_b ?
 - (c) Se a deformação normal na superfície externa do tanque não deve exceder $0,0003$, qual é a máxima pressão permitida p_c ? (Assuma que a lei de Hooke seja válida e que o módulo de elasticidade para o aço seja $29 \times 10^6 \text{ psi}$ e o coeficiente de Poisson seja $0,28$)
 - (d) Testes nos sulcos soldados mostram que a falha ocorre quando a carga de tração nas soldas excede $8,1 \text{ kips}$ por polegada de solda. Se o fator de segurança contra falha exigido for $2,5$, qual é a pressão máxima permitida p_d ?
 - (e) Considerando-se os quatro fatores anteriores, qual é a pressão admissível p_{adm} no tanque?

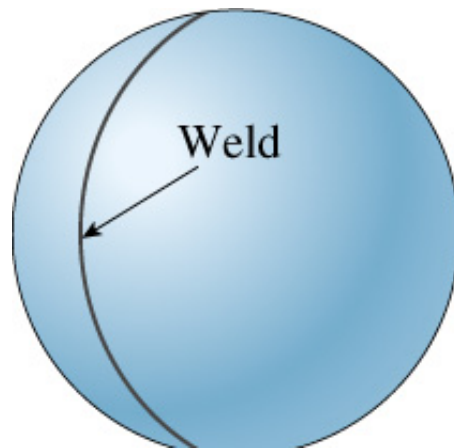


Figura 8- Vaso de pressão esférico.

Resposta: (a) $p_a = 777,8 \text{ psi}$ (b) $p_b = 666,7 \text{ psi}$ (c) $p_c = 671,3 \text{ psi}$ (d) $p_d = 720,0 \text{ psi}$ (e)
 $p_{adm} = 666 \text{ psi}$

Estudar o exemplo 8.2 do Gere, página 417.

Referências Bibliográficas:

1. BEER, F.P. e JOHNSTON, JR., E.R. **Resistência dos Materiais**, 3.º Ed., Makron Books, 1995.
2. Gere, J. M. Mecânica dos Materiais, Editora Thomson Learning
3. HIBBELER, R.C. **Resistência dos Materiais**, 3.º Ed., Editora Livros Técnicos e Científicos, 2000.

Observações:

- 1- O presente texto é baseado nas referências citadas.
- 2- Todas as figuras se encontram nas referências citadas.